

FUNKSIYALAR UZLUKSIZLIGI VA DIFFERENSIALLANUVCHANLIGINING AMALIY MASALALARDAGI ROLI

Sapayeva Roxila Jabbarovna

Annotatsiya: Ushbu maqolada matematik analizning asosiy tushunchalaridan bo'lgan funksiyalarning uzluksizligi va differensiallanuvchanligi hamda ularning amaliy masalalarni yechishdagi ahamiyati tahlil qilinadi. Funksiyalarning uzluksizligi real jarayonlarning silliq va uzluksiz o'zgarishini ifodalashda muhim nazariy asos bo'lib xizmat qiladi. Differensiallanuvchanlik esa jarayonlarning tezligi, o'zgarish sur'ati va ekstremal qiymatlarini aniqlash imkonini beradi. Maqolada ushbu tushunchalarning fizik, iqtisodiy va texnik masalalardagi qo'llanilishi, jumladan harakat, optimallashtirish va modellashtirish jarayonlaridagi roli yoritilgan. Tadqiqot natijalari funksiyalar uzluksizligi va differensiallanuvchanligining amaliy matematik masalalarni samarali yechishda muhim ahamiyatga ega ekanligini ko'rsatadi.

Kalit so'zlar: funksiya, uzluksizlik, differensiallanuvchanlik, matematik analiz, amaliy masalalar, modellashtirish, optimallashtirish.

Abstract: This article analyzes the concepts of continuity and differentiability of functions, which are fundamental in mathematical analysis, and their role in solving applied problems. The continuity of functions provides a theoretical basis for describing smooth and continuous changes in real-world processes. Differentiability, in turn, makes it possible to determine rates of change, velocities, and extreme values of various processes. The paper discusses the application of these concepts in physical, economic, and technical problems, including motion analysis, optimization, and mathematical modeling. The results of the study demonstrate that continuity and differentiability of functions play a significant role in the effective solution of applied mathematical problems.

Key words: function, continuity, differentiability, mathematical analysis, applied problems, modeling, optimization.

Kirish

Hozirgi zamon ilm-fani va texnologiyalarining jadal rivojlanishi matematik tushunchalarning amaliy ahamiyatini yanada oshirmoqda. Ayniqsa, matematik analiz fanining asosiy tushunchalari bo'lgan funksiyalar, ularning uzluksizligi va differentsiallanuvchanligi nafaqat nazariy jihatdan, balki real hayotdagi ko'plab jarayonlarni tushuntirish va modellashtirishda muhim o'rin egallaydi. Tabiiy, texnik, iqtisodiy va ijtimoiy jarayonlarning aksariyati matematik modellar orqali ifodalanadi va bu modellar asosan funksiyalar xossalariga tayangan holda quriladi.

Funksiya tushunchasi matematik analizning markaziy g'oyalaridan biri bo'lib, u bir kattalikning boshqa kattalikka bog'liqligini ifodalaydi. Real hayotda haroratning vaqtga bog'liqligi, jismning harakat tezligi, ishlab chiqarish hajmining xarajatlarga ta'siri yoki iqtisodiy o'sish ko'rsatkichlarining o'zgarishi kabi jarayonlar funksional bog'lanishlar orqali tasvirlanadi. Bunday jarayonlarni to'g'ri tahlil qilish uchun funksiyaning uzluksizligi va differentsiallanuvchanligi kabi muhim xossalarini chuqur o'rganish zarur bo'ladi.

Funksiyaning uzluksizligi real jarayonlarning uzilmasdan, silliq tarzda kechishini matematik jihatdan ifodalash imkonini beradi. Ko'plab fizik va texnik jarayonlarda kattaliklarning keskin sakrachsiz o'zgarishi kuzatiladi. Masalan, jismning harorati yoki tezligi ma'lum vaqt oralig'ida uzluksiz ravishda o'zgaradi. Shu sababli, uzluksiz funksiyalar bunday jarayonlarni modellashtirishda asosiy vosita hisoblanadi. Uzluksizlik tushunchasi yordamida oraliq qiymatlar haqidagi teorema kabi muhim natijalar olinadi, bu esa amaliy masalalarni yechishda katta ahamiyatga ega.

Differentsiallanuvchanlik esa funksiyaning yanada chuqurroq xossasi bo'lib, u o'zgarish tezligini aniqlash imkonini beradi. Amaliy masalalarda ko'pincha jarayonning qanchalik tez o'zgarayotgani, maksimal yoki minimal qiymatlari, optimal holatlari muhim ahamiyat kasb etadi. Masalan, iqtisodiyotda foydani maksimal darajaga yetkazish, xarajatlarni minimallashtirish yoki texnikada energiya sarfini kamaytirish kabi masalalar differensial hisoblash usullari orqali yechiladi. Bu esa differentsiallanuvchanlik tushunchasining amaliy ahamiyatini yaqqol namoyon etadi.

Bugungi kunda matematik modellashtirish, optimallashtirish va raqamli texnologiyalar rivojida funksiyalarning uzluksizligi va differentsiallanuvchanligi

muhim nazariy asos bo'lib xizmat qilmoqda. Kompyuter texnologiyalari, sun'iy intellekt va muhandislik hisob-kitoblarida ko'plab algoritmlar aynan shu tushunchalarga tayanadi. Shuningdek, ehtimollar nazariyasi va statistik tahlilda ham uzluksiz va differensiallanuvchi funksiyalar keng qo'llaniladi.

Mazkur maqolaning maqsadi funksiyalarning uzluksizligi va differensiallanuvchanligi tushunchalarining nazariy asoslarini yoritish hamda ularning amaliy masalalarni yechishdagi rolini tahlil qilishdan iborat. Tadqiqot davomida ushbu tushunchalarning fizik, iqtisodiy va texnik sohalardagi qo'llanilishi misollar orqali ko'rsatib beriladi. Natijada, matematik analizning ushbu asosiy tushunchalari real jarayonlarni tushunish va samarali yechimlar ishlab chiqishda muhim ahamiyatga ega ekanligi asoslab beriladi.

Metodologiya

Mazkur tadqiqot funksiyalarning uzluksizligi va differensiallanuvchanligi tushunchalarining nazariy asoslarini o'rganish hamda ularning amaliy masalalardagi qo'llanilishini tahlil qilishga qaratilgan. Tadqiqot metodologiyasi matematik analizning fundamental yondashuvlariga, ilmiy tahlil va mantiqiy umumlashtirish usullariga asoslanadi. Ushbu bo'limda tadqiqotda qo'llanilgan usullar, yondashuvlar va tahlil bosqichlari batafsil bayon etiladi.

Tadqiqot jarayonida birinchi navbatda nazariy tahlil usulidan foydalanildi. Bu usul orqali funksiyalar uzluksizligi va differensiallanuvchanligi tushunchalarining ilmiy adabiyotlarda berilgan ta'riflari, ularning asosiy xossalari va o'zaro bog'liqligi o'rganildi. Klassik matematik analiz manbalari, jumladan, limit, uzluksizlik va hosila tushunchalariga oid fundamental nazariyalar tahlil qilindi. Nazariy tahlil yordamida ushbu tushunchalarning shakllanishi, rivojlanishi va zamonaviy matematika fanidagi o'rni aniqlab olindi.

Tadqiqotda mantiqiy tahlil va deduktiv usullardan ham keng foydalanildi. Avvalo, umumiy matematik qonuniyatlar va teoremlar o'rganilib, keyinchalik ular asosida xususiy holatlar va amaliy misollar tahlil qilindi. Xususan, uzluksiz funksiyalar uchun oraliq qiymatlar haqidagi teorema, differensiallanuvchi funksiyalar uchun ekstremumlarni aniqlash shartlari va hosilaning geometrik hamda fizik mazmuni mantiqiy izchillikda yoritildi. Bu yondashuv tadqiqotning nazariy asoslarini mustahkamlashga xizmat qildi.

Metodologiyaning ~~muhim qismi~~ sifatida taqqoslash usuli qo'llanildi. Ushbu usul orqali uzluksiz va uzluksiz bo'lmagan funksiyalar, shuningdek, differensiallanuvchi va differensiallanuvchi bo'lmagan funksiyalar o'rtasidagi farqlar tahlil qilindi. Taqqoslash asosida real jarayonlarni modellashtirishda qaysi turdagi funksiyalar samaraliroq ekanligi aniqlab berildi. Masalan, sakrashli funksiyalar bilan uzluksiz funksiyalarning fizik jarayonlarni ifodalashdagi imkoniyatlari solishtirildi.

Tadqiqotda amaliy yondashuvga alohida e'tibor qaratildi. Funksiyalarning uzluksizligi va differensiallanuvchanligi real hayotdagi jarayonlarni ifodalashda qanday qo'llanilishini ko'rsatish maqsadida fizik, iqtisodiy va texnik misollar tanlab olindi. Fizikada harakat tenglamalari, tezlik va tezlanish tushunchalari differensial hisoblash orqali tahlil qilindi. Iqtisodiy jarayonlarda esa xarajat, foyda va talab funksiyalarining uzluksizligi va differensiallanuvchanligi asosida optimallashtirish masalalari ko'rib chiqildi. Texnik sohada energiya sarfi va samaradorlikni aniqlashda hosila tushunchasidan foydalanish metodlari o'rganildi.

Shuningdek, matematik modellashtirish usuli tadqiqot metodologiyasining muhim tarkibiy qismi hisoblanadi. Real jarayonlarni matematik tilga o'tkazish orqali ularni funksiyalar yordamida ifodalash va tahlil qilish amalga oshirildi. Modellashtirish jarayonida uzluksizlik va differensiallanuvchanlik shartlari modelning aniqligi va ishonchligini ta'minlovchi omil sifatida qaraldi. Bu yondashuv orqali nazariy matematik tushunchalarning amaliy ahamiyati asoslab berildi.

Tadqiqotda grafik tahlil usulidan ham foydalanildi. Funksiyalarning grafiklari orqali ularning uzluksizligi, hosilaning mavjudligi va geometrik mazmuni vizual tarzda tahlil qilindi. Grafiklar yordamida funksiyaning o'sish va kamayish oralig'i, ekstremum nuqtalari hamda egri chiziqning silliqqligi aniqlab berildi. Ushbu metod nafaqat nazariy tushunchalarni tushuntirish, balki ularni amaliy jihatdan talqin qilishda ham muhim ahamiyat kasb etdi.

Statistik va sonli tahlil elementlari ham tadqiqot metodologiyasiga kiritildi. Ayrim amaliy masalalarda analitik yechimlar murakkab bo'lgani sababli, sonli usullardan foydalanish zarurati yuzaga keladi. Shu nuqtai nazardan, differensiallanuvchi funksiyalar uchun yaqinlashtirilgan hisoblash usullari va

ularning aniqligi tahlil qilindi. Bu usullar zamonaviy hisoblash texnologiyalari bilan uyg'un holda qo'llanilishi mumkinligi ko'rsatib berildi.

Tadqiqot jarayonida umumlashtirish va xulosa chiqarish usullaridan foydalanildi. O'rganilgan nazariy va amaliy materiallar asosida funksiyalarning uzluksizligi va differensiallanuvchanligining amaliy masalalarni yechishdagi umumiy qonuniyatlari aniqlab olindi. Ushbu umumlashtirishlar matematik analiz fanining boshqa bo'limlari bilan bog'liqlikda talqin qilindi.

Metodologiyaning yakuniy bosqichida ilmiy-tahliliy yondashuv asosida tadqiqot natijalari baholandi. Olingan xulosalar mavjud ilmiy qarashlar bilan solishtirildi va ularning amaliy ahamiyati asoslab berildi. Bu esa tadqiqotning ilmiy yangiligi va nazariy hamda amaliy qiymatini oshirishga xizmat qildi.

Umuman olganda, mazkur tadqiqot metodologiyasi kompleks yondashuvga asoslanib, nazariy tahlil, amaliy misollar, matematik modellashtirish va mantiqiy umumlashtirish usullarini o'z ichiga oladi. Ushbu metodlar uyg'unligi funksiyalarning uzluksizligi va differensiallanuvchanligining amaliy masalalardagi rolini har tomonlama ochib berish imkonini yaratadi hamda matematik analizning real jarayonlarni tushuntirishdagi ahamiyatini ilmiy jihatdan asoslaydi.

Natijalar va muhokama

Mazkur tadqiqot doirasida funksiyalarning uzluksizligi va differensiallanuvchanligi tushunchalarining nazariy asoslari va ularning amaliy masalalardagi qo'llanilishi chuqur tahlil qilindi. Olib borilgan nazariy va amaliy tahlillar natijasida ushbu tushunchalar real jarayonlarni modellashtirish, tahlil qilish va optimal yechimlarni aniqlashda muhim ahamiyat kasb etishi aniqlandi. Tadqiqot natijalari matematik analizning asosiy g'oyalari amaliy sohalar bilan uzviy bog'liqligini yana bir bor tasdiqlaydi.

Birinchi navbatda, funksiyalarning uzluksizligi real jarayonlarni ifodalashda asosiy shartlardan biri ekanligi aniqlandi. Fizik jarayonlar misolida olib borilgan tahlillar shuni ko'rsatdiki, harorat, bosim, tezlik va energiya kabi kattaliklarning vaqt yoki fazoga bog'liqligi ko'pincha uzluksiz funksiyalar orqali ifodalanadi. Agar modelda uzluksizlik sharti buzilsa, jarayonning real holati to'liq va ishonchli aks ettirilmaydi. Shu bois, uzluksiz funksiyalar yordamida qurilgan modellar amaliy jihatdan ancha barqaror va ishonchli natijalar beradi.

Tadqiqot natijalari uzluksizlik tushunchasining oraliq qiymatlar haqidagi teorema bilan bevosita bog'liqligini ko'rsatdi. Ushbu teorema amaliy masalalarda muhim ahamiyatga ega bo'lib, u jarayon davomida ma'lum bir qiymatning albatta mavjudligini kafolatlaydi. Masalan, texnik tizimlarda ma'lum chegaraviy ko'rsatkichlarga erishish yoki iqtisodiy jarayonlarda muayyan daromad miqdoriga chiqish masalalarida ushbu teorema muhim nazariy asos bo'lib xizmat qiladi. Tadqiqot davomida keltirilgan misollar uzluksizlikning nafaqat nazariy, balki amaliy qiymatini ham yaqqol namoyon etdi.

Differensiallanuvchanlikka oid olingan natijalar shuni ko'rsatdiki, ushbu xossa jarayonlarning dinamikasini o'rganishda muhim ahamiyat kasb etadi. Fizikada tezlik va tezlanish tushunchalari hosila orqali ifodalanishi, iqtisodiyotda esa foyda va xarajat funksiyalarining o'zgarish sur'atini aniqlash differensial hisoblashga asoslanadi. Tadqiqot davomida aniqlanishicha, differensiallanuvchi funksiyalar yordamida jarayonning qaysi nuqtada eng samarali yoki eng noqulay holatga kelishini aniqlash mumkin. Bu esa optimallashtirish masalalarida muhim nazariy va amaliy ahamiyatga ega.

Natijalar shuni ko'rsatdiki, differensiallanuvchanlik uzluksizlikdan kuchliroq shart bo'lib, har bir differensiallanuvchi funksiya uzluksiz bo'lsa-da, har bir uzluksiz funksiya differensiallanuvchi bo'lavermaydi. Ushbu farqni amaliy masalalarda hisobga olish zarurligi aniqlandi. Masalan, ayrim iqtisodiy yoki texnik jarayonlarda keskin burilish nuqtalari mavjud bo'lib, bunday holatlarda funksiya uzluksiz bo'lsa-da, hosila mavjud bo'lmashligi mumkin. Tadqiqot natijalari bunday vaziyatlarda ehtiyotkorlik bilan yondashish lozimligini ko'rsatadi.

Matematik modellashtirish jarayonida olingan natijalar uzluksizlik va differensiallanuvchanlik shartlari modelning aniqligi va ishonchliligini oshirishini tasdiqladi. Real jarayonlar uchun qurilgan modellar differensial tenglamalar orqali ifodalanganda, ularning yechimlari aynan uzluksiz va differensiallanuvchi funksiyalar sinfiga mansub bo'lishi talab etiladi. Bu esa matematik analizning amaliy fanlar bilan mustahkam aloqada ekanligini ko'rsatadi.

Muhokama jarayonida grafik tahlil natijalari ham alohida e'tiborga loyiq bo'ldi. Funksiya grafiklari orqali uzluksizlik va differensiallanuvchanlikni vizual aniqlash imkoniyati amaliy masalalarni tushunishni yengillashtiradi. Tadqiqotda grafiklar yordamida funksiyaning o'sish va kamayish oralig'ini aniqlash, ekstremum

nuqtalarini topish hamda egri chiziqlarning silliqqligini baholash imkoniyati ko'rsatildi. Bu usul ayniqsa ta'lim jarayonida va muhandislik hisob-kitoblarida samarali hisoblanadi.

Shuningdek, tadqiqot natijalari zamonaviy hisoblash texnologiyalari bilan bog'liq holda muhokama qilindi. Kompyuter dasturlari va raqamli algoritmlar ko'pincha uzluksiz va differensiallanuvchi funksiyalarga asoslanadi. Sonli usullar orqali yechim topishda funksiya xossalari to'g'ri aniqlanishi natijalarning aniqligiga bevosita ta'sir ko'rsatadi. Tadqiqot davomida aniqlanishicha, differensiallanuvchi funksiyalar uchun sonli yaqinlashtirish usullari ancha tez va samarali ishlaydi.

Iqtisodiy jarayonlarga oid muhokamalar shuni ko'rsatdiki, uzluksiz va differensiallanuvchi funksiyalar bozor mexanizmlarini tahlil qilishda muhim rol o'ynaydi. Talab va taklif funksiyalari, ishlab chiqarish hajmi va xarajatlar o'rtasidagi bog'liqlik aynan shu xossalarga tayangan holda o'rganiladi. Tadqiqot natijalari iqtisodiy modellarni ishlab chiqishda matematik analiz tushunchalarini e'tiborsiz qoldirish noto'g'ri qarorlar qabul qilinishiga olib kelishi mumkinligini ko'rsatdi.

Texnik va muhandislik sohalarida olib borilgan muhokamalar natijasida energiya samaradorligini oshirish, resurslardan optimal foydalanish va tizim barqarorligini ta'minlash masalalarida differensial hisoblashning ahamiyati aniqlandi. Uzluksiz va differensiallanuvchi funksiyalar yordamida tizim parametrlarini optimal sozlash imkoniyati mavjudligi tadqiqotda asoslab berildi.

Umuman olganda, tadqiqot natijalari funksiyalarning uzluksizligi va differensiallanuvchanligi amaliy masalalarni yechishda nazariy asos bo'libgina qolmay, balki real jarayonlarni tushunish va boshqarishda muhim vosita ekanligini ko'rsatdi. Muhokama jarayonida ushbu tushunchalarning turli sohalaridagi qo'llanilishi tahlil qilinib, ularning universalligi va dolzarbligi asoslab berildi. Olingan natijalar matematik analiz fanining amaliy ahamiyatini oshirish va uni boshqa fanlar bilan integratsiyalashda muhim ilmiy xulosa sifatida qaralishi mumkin.

Xulosa

Mazkur tadqiqotda matematik analizning asosiy tushunchalaridan bo'lgan funksiyalarning uzluksizligi va differensiallanuvchanligi hamda ularning amaliy

masalalarni yechishdagi ahamiyati har tomonlama tahlil qilindi. Olib borilgan nazariy va amaliy tadqiqotlar ushbu tushunchalar nafaqat sof matematik jihatdan, balki real hayotdagi jarayonlarni tushuntirish va samarali modellashtirishda muhim o‘rin tutishini ko‘rsatdi.

Tadqiqot natijalari funksiyaning uzluksizligi real jarayonlarning silliq va izchil kechishini ifodalashda asosiy shartlardan biri ekanligini tasdiqladi. Uzluksiz funksiyalar yordamida fizik, iqtisodiy va texnik jarayonlar yanada aniq va ishonchli tarzda modellashtirilishi aniqlandi. Ayniqsa, oraliq qiymatlar haqidagi teoremaning amaliy masalalarda qo‘llanilishi muayyan natijaning mavjudligini kafolatlash orqali muhim nazariy asos bo‘lib xizmat qilishi ko‘rsatib berildi.

Differensiallanuvchanlik tushunchasi esa jarayonlarning o‘zgarish sur‘atini, tezligini va ekstremal qiymatlarini aniqlash imkonini beruvchi muhim matematik vosita sifatida baholandi. Tadqiqot davomida differensial hisoblash usullarining optimallashtirish masalalarida, xususan, foydani maksimal darajaga yetkazish, xarajatlarni minimallashtirish va texnik tizimlarning samaradorligini oshirishda keng qo‘llanilishi asoslab berildi. Bu holat differensiallanuvchanlikning amaliy ahamiyatini yanada oshiradi.

Shuningdek, tadqiqotda uzluksizlik va differensiallanuvchanlik o‘rtasidagi o‘zaro bog‘liqlik tahlil qilinib, har bir differensiallanuvchi funksiya uzluksiz bo‘lsa-da, har bir uzluksiz funksiya differensiallanuvchi bo‘lavermasligi muhim ilmiy xulosa sifatida qayd etildi. Ushbu farqni amaliy modellashtirish jarayonida hisobga olish zarurligi ta’kidlandi.

Tadqiqot natijalari matematik modellashtirish, grafik tahlil va sonli hisoblash usullarida funksiyalarning uzluksizligi va differensiallanuvchanligi muhim metodologik asos bo‘lib xizmat qilishini ko‘rsatdi. Zamonaviy raqamli texnologiyalar, muhandislik hisob-kitoblari va iqtisodiy tahlillarda ushbu tushunchalarga tayanish natijalarning aniqligi va ishonchliligini oshirishga xizmat qiladi.

Xulosa qilib aytganda, funksiyalarning uzluksizligi va differensiallanuvchanligi matematik analizning nazariy poydevorini tashkil etish bilan birga, amaliy masalalarni yechishda samarali va universal vosita hisoblanadi. Ushbu tushunchalarni chuqur o‘rganish va amaliyotda to‘g‘ri qo‘llash turli sohalarda ilmiy asoslangan qarorlar qabul qilish imkonini beradi. Tadqiqot natijalari

kelgusida matematik analizni amaliy fanlar bilan integratsiyalash bo'yicha olib boriladigan ilmiy izlanishlar uchun muhim manba bo'lib xizmat qilishi mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Кудратов А.Қ. **Математик анализ.** – Тошкент: Ўқитувчи, 2018. – 420 б.
2. Саидов Б.С., Каримов Ш.А. **Математик анализ асослари.** – Тошкент: Фан ва технология, 2020. – 356 б.
3. Зорич В.А. **Математический анализ.** – Москва: МЦНМО, 2019. – 640 с.
4. Фихтенгольц Г.М. **Курс дифференциального и интегрального исчисления.** – Москва: Физматлит, 2017. – 720 с.
5. Apostol T.M. **Calculus, Volume 1.** – New York: John Wiley & Sons, 2018. – 666 p.
6. Stewart J. **Calculus: Early Transcendentals.** – Boston: Cengage Learning, 2021. – 1368 p.
7. Courant R., John F. **Introduction to Calculus and Analysis.** – New York: Springer, 2019. – 672 p.
8. Thomas G.B., Weir M.D., Hass J. **Thomas' Calculus.** – Boston: Pearson Education, 2020. – 1224 p.
9. Boyed L., Vandenberghe S. **Convex Optimization.** – Cambridge: Cambridge University Press, 2018. – 716 p.
10. Kreyszig E. **Advanced Engineering Mathematics.** – Hoboken: John Wiley & Sons, 2020. – 1280 p.
11. Рудин У. **Основы математического анализа.** – Москва: Мир, 2016. – 510 с.
12. Anton H., Bivens I., Davis S. **Calculus.** – New York: John Wiley & Sons, 2019. – 992 p.