

ГРАФИКЛАР НАЗАРИЯСИНING ASOSIY TUSHUNCHALARI

Tojimamatov Israiljon Nurmatovich

Farg'ona davlat universiteti o'qituvchisi

israiltojimatov@gmail.com

Abdulazizov Jasurbek Dilshodbek o'g'li

Farg'ona davlat universiteti talabasi

jasurbekabdulazizov596@gmail.com

Annotatsiya: Dastlab graflar haqida qisqacha tarixiy ma'lumotlar, grafning abstrakt matematik tushuncha sifatida ta'rif va u bilan bog'liq boshlang'ich, tushunchalar, graflarning geometrik ravishda, maxsus turdagi ko'phad yordamida, qo'shnilik va insidentlik matritsalarini vositasida berilishi yoritiladi. So'ngra grafning elementlari ustida sodda amallar, graflarni birlashtirish, biriktirish va ko'paytirish amallari, marshrutlar va zanjirlar, grafning bog'lamliligi tushunchasi, Eyler va Gamilton graflari, graflarda masofa tushunchasi, minimal masofali yo'l haqidagi masala, daraxt va unga ekvivalent tushunchalar, (graflarning siklomatik soni bayon qilinadi. Tarmoq tushunchasi, tarmoqdagi oqimlar, maksimal oqim haqidagi masalani yechishda foydalaniladi.

Kalit so'zlar: grafik (graph), tugun (vertex), qirra (edge), yo'nalgan grafik (directed graph), yo'nalmagan grafik (undirected graph), grafikni ranglash (draph coloring).

Annotation: Initially, a brief historical overview of graphs is provided, along with the definition of a graph as an abstract mathematical concept and the related foundational concepts. It also covers how graphs can be represented geometrically, using specific types of matrices such as adjacency and incidence matrices. The text then explores simple operations on graph elements, operations like union, intersection, and multiplication of graphs, as well as the concepts of paths, chains, connectivity of graphs, Eulerian and Hamiltonian graphs, the notion of distance in graphs, the problem of the shortest path, trees and equivalent concepts, and the cyclomatic number of graphs. The concept of networks, flows within networks, and solving the maximum flow problem are also discussed.

Keywords: graph, vertex, edge, directed graph, undirected graph, graph coloring.

Аннотация: В начале дается краткий исторический обзор графов, а также определение графа как абстрактной математической концепции и связанных с ней основополагающих понятий. Рассматривается также, как графы могут быть представлены геометрически с использованием таких типов матриц, как матрицы

смежности и инцидентности. Далее рассматриваются простые операции над элементами графа, операции объединения, пересечения и умножения графов, а также понятия путей, цепочек, связности графов, Эйлеровы и Гамильтоновы графы, понятие расстояния в графах, задача кратчайшего пути, деревья и эквивалентные понятия, а также цикломатическое число графа. Также обсуждаются понятие сети, потоки в сети и решение задачи о максимальном потоке.

Ключевые слова: граф, вершина, ребро, направленный граф, ненаправленный граф, раскраска графа.

Kirish. 1736-yilda L.Eyler tomonidan o'sha davrda qiziqarli amaliy masalalardan biri hisoblangan Kyonigsberg ko'priklari haqidagi masalaning qo'yilishi va yechilishi graflar nazariyasining paydo bo'lishiga asos bo'ladi. Graf deb shunday (V, U) juftlikka aytiladiki, bu yerda $V \neq \emptyset$ va $U = \{ (v_1, v_2) \mid v_1 \in V, v_2 \in V \}$ ko'rinishdagi juftliklar kortejil bolib, $V \times V$ to'plamning elementlaridan tuzilgandir.

Asosiy qism.

Grafni belgilashda (V, U) yozuv o'rniga (V, U) yozuvdan foydalanamiz. Grafning tashkil etuvchilarini ko'rsatish muhim bo'lmasa, u holda uni lotin alifbosining bitta harfi bilan belgilaymiz. $G = (V, U)$ graf berilgan bo'lsin. V to'plamning elementlariga G grafning uchlari, U to'plamning o'ziga esa, graf uchlari to'plami deyiladi. Graflar nazariyasida «uch» iborasi o'rniga, ba'zan, tugun yoki nuqta iborasi ham qo'llaniladi. Umuman olganda, hanuzgacha graflar nazariyasining ba'zi iboralari bo'yicha umumiy kelishuv qaror topmagan. Shuning uchun, bundan keyingi ta'riflarda, imkoniyat boricha, muqobil (alternativ) iboralarni ham keltirishga harakat qilamiz.

Infosferaning zamonaviy muammolari keskinlikni keltirib chiqarmoqda media paradigmasini sezilarli darajada yangilash zarurati tadqiqot, tizimli-sinergiklardan faolroq foydalanish yondashuv, axborot jamiyatining yangi voqeliklari.

Grafiklar nazariyasi – bu matematikaning bir bo'limi bo'lib, unda graf va uning xususiyatlari, strukturalari, shuningdek, graf bilan bog'liq masalalar o'rganiladi. Grafiklar nazariyasi ko'plab sohalarda, shu jumladan kompyuter ilm-fani, tarmoq optimizatsiyasi, logistika, biologiya va ijtimoiy tarmoqlarni tahlil qilishda qo'llaniladi.

Grafik (Graph)

Graf – bu tugunlar (yoki vertitsiyalar) va ularni bog‘laydigan qirralardan (yoki yuzalardan) tashkil topgan matematik tuzilma. Grafiklar nazariyasida quyidagi asosiy tushunchalar mavjud:

- **Tugun (Vertex):** Grafning elementlari bo‘lib, ularning o‘rtasidagi bog‘lanishlar aniqlanadi.
- **Qirra (Edge):** Tugunlarni birlashtiradigan chiziqlar yoki bog‘lanishlardir.
- **Yo‘nalgan graf (Directed graph):** Har bir qirra yo‘nalgan bo‘lib, bir tugundan ikkinchisiga yo‘nalgan o‘tishni ifodalaydi.
- **Yo‘nalmagan graf (Undirected graph):** Qirralar orasida yo‘nalish bo‘lmaydi, ya’ni ular ikki tugunni o‘rtasida o‘zaro bog‘lanishni ifodalaydi.

Grafiklarning Turlari:

- **Ulanishli graf (Connected graph):** Barcha tugunlar o‘zaro bog‘langan bo‘lib, bir tugundan ikkinchisiga yo‘l bor.
- **Daraxt (Tree):** Aylanmasiz, ulanadigan graf bo‘lib, unda har bir tugundan boshqa tugunga bitta yo‘l mavjud.
- **Sikl (Cycle):** Tugunlar o‘rtasida o‘zini o‘zi takrorlaydigan yo‘l.

Grafiklar Nazariyasining Asosiy Masalalari:

1. **Yo‘l va zanjirlar:** Tugunlar o‘rtasida bog‘lanishni o‘rganish va turli xil yo‘llarni yaratish.
2. **Bog‘lanish va ajralish:** Grafikdagi bog‘lanish darajalarini tahlil qilish.
3. **Euler va Gamilton grafalari:** Euler grafigida barcha qirralar bir marta o‘tiladi, Gamilton grafida esa barcha tugunlar bir marta o‘tiladi.
4. **Grafni ranglash:** Tugunlarni yoki qirralarni ranglash muammosi. Bu masala, masalan, tarmoqdagi resurslarni maksimal samaradorlikda taqsimlash uchun ishlatiladi.
5. **Minimal yo‘l:** Masofani minimallashtirish uchun eng qisqa yo‘lni topish.
6. **Tarmoq oqimi:** Tarmoqdagi maksimal oqimni topish uchun algoritmlar va metodlar.

Grafiklar Nazariyasining Qo‘llanilishi:

- **Kompyuter ilm-fani:** Algoritmlar va ma’lumotlar tuzilmalari, masalan, tarmoqlarni tahlil qilish va optimallashtirishda.
- **Tarmoq tahlili:** Internet tarmoqlari, elektr tarmoqlari, transport tarmoqlari va boshqalar.
- **Biologiya:** Genetik tahlil, ekosistemalar va neyron tarmoqlari.
- **Ijtimoiy tarmoqlar:** Do‘stliklar va aloqalar tahlili.

Grafiklar nazariyasi juda keng soha bo'lib, u nafaqat matematik masalalarni hal qilishda, balki real dunyo muammolarini modellash va yechishda ham keng qo'llaniladi.

Agar grafda yo (a,b) qirra, yo $H(b)$ yoy, yoki (b,a) yoy topilsa, u holda a va b uchlar tutashtirilgan deyiladi. Agar grafning ikki uchini tutashtiruvchi qirra yoki yoy bor bo'lsa, u holda ular qo'shni uchlar deb aks holda esa, qo'shni bo'lmagan uchlar deb ataladi.

Grafikning ikki uchi qo'shni bo'lsa ular shu uchlarni tutashtiruvchi qirraga(yoyga)ensident,o'z navbatida,qirra yoki yoy bu uchlarga ensident deyiladi.Grafda ikki qirra(yoy)umumiy chetga ega bo'lsa,ular qo'shni qirralar(yoylar)deyiladi.

Shuni ta'kidlash kerakki,qo'shnilik tushunchasi Grafning bir jinsli,insidentlik tushunchasi esa uning turli jinsli elementlari orasidagi munasabatni ifodalaydi.Bazan graf undagi elementlar soniga qarab,yani uchlar soni m va qirralar(yoylar)soni n ga qarab belgilanadi.

Grafiklar nazariyasining asosiy tushunchalari

1. **Grafik (graph):** Grafik, tugunlar (vertices) va ularni bog'laydigan qirralardan (edges) tashkil topgan matematik tuzilma sifatida ta'riflanadi. Grafiklar ko'plab sohalarda, masalan, tarmoqlarni model qilishda, arxitektura sohalarida, ta'limda, transport yo'llarini optimallashtirishda va ijtimoiy tarmoqlardagi munosabatlarni tahlil qilishda ishlatiladi.

2. **Tugun (vertex):** Grafikdagi har bir nuqta, ya'ni tugun, ma'lum bir obyektни ifodalaydi. Masalan, shaharlarni, odamlarni yoki har qanday aloqalarni bildirish uchun tugunlar ishlatiladi.

3. **Qirra (edge):** Qirra ikki tugunni bog'laydigan chiziq yoki yo'l. Ular grafikdagi tugunlar orasidagi munosabatlarni ifodalaydi. Qirralar yo'nalgan (directed) yoki yo'nalmagan (undirected) bo'lishi mumkin.

4. **Yo'nalgan grafik (directed graph):** Agar grafikdagi har bir qirra ma'lum bir yo'nalishga ega bo'lsa, ya'ni bir tugundan boshqa tugunga boradigan yo'lni bildirsa, bunday grafik yo'nalgan deb ataladi. Yo'nalgan grafiklardagi qirra ustida o'q yoki стрелка bor.

5. **Yo'nalmagan grafik (undirected graph):** Yo'nalmagan grafiklardagi qirralar o'zaro teng, ya'ni ular ikki tugun orasidagi ikki tomonlama aloqani bildiradi.

6. **Og'irlik (weight):** Ba'zi grafiklardagi qirralar har xil og'irliklarga (masofa, vaqt, xarajatlar) ega bo'lishi mumkin. Bunday grafiklarga og'irlikli grafiklar deyiladi.

7. **Komponent (component):** Grafikdagi komponent — bu barcha tugunlar orasida bog'lanish mavjud bo'lgan kichik grafikdir. Agar grafikka yangi qirralar qo'shilsa, u holda grafik yagona komponentga aylanadi.

8. **Aylana (cycle):** Grafikdagi aylana — bu tugunlar ketma-ketligida, oxirgi tugun birinchi tugunga qaytadigan yoʻldir. Aylanalar grafiklardagi tugunlar va qirralar kombinatsiyasi orqali paydo boʻladi.

9. **Izolyatsiyalangan tugun (isolated vertex):** Agar bir tugun hech qanday qirraga ega boʻlmasa, u izolyatsiyalangan tugun deb ataladi.

10. **Maksimal bogʻliqlik (maximal connectivity):** Grafikdagi maksimal bogʻliqlik — bu barcha tugunlar bir-biri bilan bogʻlangan va hech qanday qirra olib tashlansa, bogʻlanish uziladigan eng katta komponent.

11. **Birinchi va ikkinchi darajali qoʻshilish (degree):** Grafikdagi tugunning darajasi — bu u bilan bogʻlangan qirralar soni. Bir tugunning darajasi uning aloqalar sonini bildiradi. Ikkinchi darajali qoʻshilish esa tugunlar orasidagi qoʻshimcha bogʻlanishlarni anglatadi.

12. **Grafikni ranglash (draph coloring):** Grafikni ranglash, har bir tugunga yoki qirra bilan bogʻliq maʼlum bir rang tayinlashni anglatadi. Bu koʻpincha bir tugunning uning qoʻshni tugunlar bilan oʻzaro taʼsirini boshqarishda qoʻllaniladi.

13. **Qayta bogʻlanish (connectivity):** Grafikli tizimning qayta bogʻlanishi, yaʼni grafikdagi barcha tugunlarning bir-biri bilan aloqasi borligi, uning tarmoqlar oʻrtasidagi uzluksiz aloqani taʼminlaydi.

14. **Birinchi oʻtish (traversal):** Grafikdagi barcha tugunlarni yoki qirralarni bir marta koʻrib chiqish jarayoni traversal deyiladi. Bu jarayon kengaytirish (breadth-first search, BFS) yoki chuqurlikdan oʻtish (depth-first search, DFS) algoritmlaridan foydalanish orqali amalga oshiriladi.

Grafiklar koʻplab ijtimoiy va gumanitar sohalarda ishlatiladi. Grafiklar bilan maʼlumotlarni qulay holatda koʻrsatish, tushunish, tushuntirish mumkin. Masalan, iqtisodiyot sohasini olinsa, iqtisodiy oʻsishlar va kamayishlarni tahlil qilishda keng qoʻllaniladi.

Xulosa

Grafiklar nazariyasi — bu turli matematik, kompyuter va muhandislik sohalarida qoʻllaniladigan kuchli vositadir. Uning asosiy tushunchalari, jumladan tugunlar, qirralar, yoʻnalgan va yoʻnalmagan grafiklar, ogʻirliklar, aylana va boshqa tushunchalar yordamida murakkab tizimlar va ularning tarmoqlari osonroq tahlil qilinadi. Grafiklar nazariyasini oʻrganish va uni real dunyo masalalariga tatbiq etish orqali turli xil muammolarni samarali va tezkor hal qilish mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Kombinatorika va graflar nazriyasi Oliy o'quv yurtlari uchun o'quv qo'llanma
HOTAM mualliflar:Jo'rayev, Ismoil Azizov, Salim Otaqulov T.: «ILM ZIYO», 2009. -
256b
2. С. В. Яблонский. Введение в дискретную математику. М., «Наука», 1986.
3. Н. Я. Виленкин. Комбинаторика. М., «Наука», 1969.
4. Н. Н. Воробьев. Числа Фибоначчи. М., «Наука», 1969.
5. В. А. Успенский. Треугольник Паскаля. М., «Наука», 1966.
6. А. Кофман. Введение в прикладную комбинаторику. М., «Наука», 1975.
7. В. Липский. Комбинаторика для программистов. М., «Мир», 1988.
8. Э. Рейнгольд, Ю. Нивергелып, Н. Део. Комбинаторные алгоритмы. Теория и практика. М., «Мир», 1980.