TO'PLAMLARDAGI MUNOSABATLAR

Tojimamatov Israil Nurmamatovich
Farg'ona Davlat Universiteti,
israiltojimamatov@gmail.com
Solijonova Hilolaxon Tuygunjon qizi
Farg'ona davlat universiteti talabasi,
solijonovahilolaxon006@gmail.com

Annotatsiya: *Ushbu maqola Toplamlarning ta'lim sohasidagi o'rni va ularning ta'lim jarayonini innovatsion yondashuvlar bilan boyitishdagi ahamiyatini tahlil qiladi. Bundan tashqari bu munosabatlar nafaqat matematikada balki boshqa fanlarda ham keng qo'lishi va qo'lanish usullari. Shuningdek, maqolada ushbu xizmatlarning amaliy foydalanish misollari keltirilib, kelajakdagi istiqbollari yoritiladi.*

Kalit so'zlar: *to'plam, to'plam elementlari, teng (teng kuchli) to'plamlar, qism to'plam, bo'sh to'plam, xos qism to'plam, paradoks .*

Abstract: *This article analyzes the role of sums in the field of education and their importance in enriching the educational process with innovative approaches. Furthermore, it discusses how these relationships can be applied not only in mathematics but also in other subjects, as well as the methods of their application. Additionally, the article provides practical examples of the use of these services and outlines the prospects for the future.*

Keywords: *set, elements of a set, equal (equally strong) sets, subset, empty set, characteristic subset, paradox.*

Аннотация: *Эта статья анализирует роль сумм в области образования и их важность в обогащении образовательного процесса инновационными подходами. Кроме того, рассматривается, как эти связи могут быть применены не только в математике, но и в других предметах, а также методы их применения. В статье также приведены практические примеры использования этих услуг и раскрыты перспективы на будущее.*

Ключевые слова: *множество, элементы множества, равные (равносильные) множества, подмножество, пустое множество, характерное подмножество, парадокс.*

Kirish: To‘plam matematikan faning asosiy bo‘limlaridan biri. To‘plamlar nazariyasiga matematik fan sifatida nemis matematigi G. Kantor (1845-1918) tomonidan asos solingan. Matematikada doimo turli to‘plamlar bilan ish ko‘rishga to‘g‘ri keladi.Masasan, N-natural sonlar to‘plami, R- haqiqiy sonlar to‘plami, uchburchaklar to‘plami va boshqalar. Umuman olganda to‘plam tushunchasi ayrim-ayrim narsalar, buyumlar, obyektlar birgalikda, ya’ni bir butun deb qarash natijasida vujudga kelgan.

1-ta’rif: To‘plamni tashkil etuvchi narsalar, buyumlar, obyektlar, bu to‘plamning **elementlari** deb ataladi. To‘plamlar, odatda, lotin va grek alfabitlarining bosh harflari bilan belgilanadi.[1] Agar a A to‘plamning elementi bo‘lsa, uni $a \in A$ ko‘rinishda , agar a A to‘plamning elementi bo‘lmasa, uni $a \notin A$ ko‘rinishda yozamiz.[2].

A to‘plam a,b, c,d, …elementlaridan tuzilganligi

A={a,b,c,d,……}(1)

(1)ko‘rinishida yoziladi. To‘plamni tashkil etgan elementlar soni chekli yoki cheksiz bo‘lishi mumkin.Birinchi holatda chekli to‘plamga, ikkinchi holatda esa cheksiz to‘plamga ega bo‘lamiz. Masalan, A = {a}, B={a, Ь), C={a, Ь, c}; = 2, 3, ..., п} -chekli to’plamlar; B={ 2, 4, 6, ..., 2п, ...}, C={ 1, 4, 9, 16, ..., л2, ...}, D - {2, 3, 5, 7, ..., p, ...} — cheksiz to’plamlar,

Odatda, to‘plam barcha elementlarni ko‘rsatish yoki ko‘rib chiqilayotgan to‘plamning barcha elementlariga ega bo‘lgan xarakterli xususiyatni ko‘rsatish orqali aniqlanadi. A to‘plam faqat a, b, c elementlaridan iborat bo‘lsin. Shunda A to‘plamning elementlari figurali qavs ichiga olinadi va A = { a, b, c} shaklida yoziladi. Bunday holda, elementlarning tartibi muhim emas. P(x) xossaga ega barcha elementlarning A to‘plami A = { x | P(x)} kabi belgianadi.

Ko‘pgina hollarda, berilgan P(x) to‘plam elementlarining xarakterli xususiyati, ya‘ni so‘zlar bilan tuziladi. Masalan, $4x^2 + 6x - 8 = 0$ tenglamasining ildizlari to‘plami yoki $y = \log_2(x2 - 1)$ funksiyasining aniqlanish sohasi. To‘plam hech qanday obyektga ega bo‘lmagan xususiyat bilan aniqlanishi mumkin. Masalan, kvadrati 3 ga teng ratsional sonlar to‘plami; $x^2 + 2 = 0$ tenglamaning ildizlari bo‘lgan haqiqiy sonlar to‘plami. [2]

A va **B** to‘plamlar berilgan bo‘lsin. Agar A to‘plamning a elementi B to‘plamning b elementiga teng bo‘lsa, ya’ni a=b, bundan bitta element har ikkala to‘plamda ham mavjudligi kelib chiqadi.

2- ta’rif: A to‘plamning har bir elementi B to‘plamda mavjud bo‘lsa, B to‘plamning har bir elementi A to‘plamda ham mavjud bo‘lsa, A va B to‘plamlarni **teng (teng kuchli)** deb ataladi va A=B yoki B-A belgi bilan ifodalanadi.

Demak, teng A va B to‘plamlar aslida bir to‘plamlardir.

3-ta'rif. Agar B to'plamning har bir elementi A to'plamning ham elementi bo'lsa, B to'plam A to'plamining **qism-to'plami** deyiladi. B to'plam A to'plamning qism- to'plami quyidagicha yoziladi: : B $\subset$ A . Bunday yozuv B to'plamning har bir elementi A to'plamning elementi ekanligini va B to'plamning A to'plamga kirishini bildiradi.

Masalan, {4, 8} va {6} to'plamlar {2, 4, 6, 8} to'plamning qism to'plamlaridir.

1. Butunsonlar to'plami haqiqiy sonlar to'plamiga qism to'plamini tashkil etadi;
2. Viloyatlar respublika viloyatlari to'plamining qism to'plamini tashkil etadi;
3. Toq sonlar to'plami butun sonlar to'plamining qism to'plamidir va hokazo.

4-ta'rif: B to'plamning hamma elementlari A to'plamda mavjud bo'lib,shu bilan birga A to'plam B to'plamga kirmagan elementlari ham bor bo'lsa, u holda B to'plam A to'plamning **xos qism to'plami** deb ataladi va (2) kabi belgilanadi:

$B \subset$ A (2)

Demak, $A \subset B$ va $B \subset$ A bo'lsa, u holda

A=B (3)

(3) tenglik A ning o'zi-o'zining qism to'plami bo'lishini ko'rsatadi va bu holatni ifodalash uchun " o'zining xosmas qismi" degan iboradan foydalanimiz.

Masalan, A={a,b,c,d,e,f,g,h,} to'plam uchun B={a}, C={a,b}, C={d,e,f} to'plamning har qaysisi xos qismdir.

Odatda, to'plamlar nazariyasida bitta ham elementi bo'lgan to'plamlar bilan ish ko'rishga to'g'ri keladi.

Masalan,x^2 +4=0 tenglamaning haqiqiy ildizlari bo'sh to'plamni tashkil qiladi, chunki $x_{1,2}=\pm 2i$, ya'ni tenglamaning xaqiqiy ildizlari mavjud emas.

5-ta'rif: Bitta ham elementga esa bo'lmasa to'plam **bo'sh to'plam** deb ataladi va ø simboli bilan belgilanadi. Ø bo'sh to'plam har qanday A to'plamning qism to'plami bo'ladi va u ham A to'plamning **xosmas qism** deyiladi.

To'plamlaming aksiomatik nazariyasi haqida tushunchalar.

XX asming boshiga kelib, Kantorning matematikani standartlashtirish bo'yicha dasturining asosi bo'lgan va "to'plamlaming sodda nazariyasi" deli ham ataluvchi to'plamlar nazariyasi mukammal emasligi ma'lum bo'ldi. To'plamlarning sodda nazariyasini o'rganish jarayonida Rassel[3] paradoksga[4] kelib qoldi. Kantoming to'plamlar nazariyasi ichki ziddiyatga ega ekanligi Rassel paradoksi sifatida ifodalangan

Rassel paradoksi. Faraz qilaylik, K – o‘zini element sifatida o‘zida saqlamagan barcha to‘plamlar to‘plami bo‘lsin. U holda, K – o‘zini element sifatida saqlaydimi? Agar bu savolga “ha” deb javob berilsa, K to‘plamning aniqlanishiga ko‘ra, u K ning elementi bo‘lmasligi kerak - ziddiyat. Agar “yo‘q” deb javob berilsa, yana K to‘plamning aniqlanishiga ko‘ra, u to‘plam sifatida K ning elementi bo‘lishi kerak - yana ziddiyat. Hozirgi zamon to‘plamlar nazariyasi aksiomalar[5] tizimiga asoslangandir. Qandaydir aksiomalarga asoslangan nazariya aksiomatik nazariya deb yuritiladi[6]. To‘plamlarning aksiomatik nazariyasida bunday aksiomalar tizimi sifatida standart tizim hisoblangan Sermelo[7]-Frenkel[8] aksiomalari tizimini keltirish mumkin. To‘plamlar nazariyasida, ko‘pincha, bu tizimga tanlash aksiomasi deb ataluvchi aksiomani ham qo‘shib olib, tanlash aksiomasi qatnashgan Sermelo-Frenkel aksiomalari tizimi bilan ish ko‘riladi. Bu aksiomalar tizimidan tashqari boshqa aksiomalar tizimlaridan ham foydalaniladi. Masalan, fon Neyman[9]-Bemeys[10]-Gyodel[11] tizimi. Quyida tanlash aksiomasi qatnashgan Sermelo-Frenkel aksiomalari tizimiga kiruvchi ba’zi aksiomalarni keltiramiz.

Hajmiylik aksiomasi. Ikkita A va B to‘plamlar faqat va faqat aynan bir xil elementlardan iborat bo‘lsagina tengdir.

Bo'sh to'plam aksiomasi. Birorta ham elementga ega bo‘lmagan to‘plam, ya’ni bo‘sh to‘plam mavjud. Bo‘sh to‘plam uchun 0 belgisi qo‘llaniladi.

Juftlik aksiomasi. Ixtiyoriy A va B to‘plamlar uchun shunday C to‘plam mavjudki, bu to‘plam elementlari faqat A va B to‘plamlardan iboratdir (ya’ni, A va B to‘plamlar C ning yagona elementlaridir). C to‘plam {A,B} ko‘rinishda belgilanadi. Ushbu {A,B} ifoda A va B ning **tartiblanmagan juftligi** deb yuritiladi. Agar A va B to‘plamlar teng bo‘lsa, u holda C bitta elementdan iboratdir.

Tanlash aksiomasi. Bo‘sh bo‘lmagan va o‘zaro kesishmaydigan to‘plamlar majmuasidagi har bir to‘plamdan bittadan “vakil”-element tanlab, shu elementlar to‘plami C ni tuzish mumkin. X to‘plam shu majmuaning qanday elementi bo‘lishidan qat’i nazar X va C to‘plamlar faqatgina bitta umumiy elementga ega bo‘ladi.

Albatta, bu aksiomalar (shu jumladan, tanlash aksiomasi qatnashgan Sermelo-Frenkel aksiomalari tizimining boshqa aksiomalari ham) bizga o‘z-o‘zidan oydin bo‘lgan tasdiqlarga o‘xshab tuyuladi, chunki bizning tafakkurimiz to‘plamlar majmuasini chekli deb tassavvur qilishga o‘rgangan. To‘plamlar majmuasi chekli bo‘lgan holda, masalan, tanlash aksiomasini tushunish qiyin emas. Tanlash aksiomasi cheksiz to‘plamlar uchun qo‘llansa, ba’zan, tortishuvlarga sabab bo‘luvchi juda qiziq tasdiqlar vujudga keladi. Bu fikmi tasdiqlash maqsadida Banax[12]-Tarskiy[13] paradoksi (shaming ikkilanishi) va Xausdorf[14] paradoksi mavjudligini ta’kidlaymiz.

Yuqorida keltirilgan aksiomalardan, jumladan, hajmiylik aksiomasidan, to‘plamlar bo‘yicha ko‘plab tasdiqlami isbotlashda foydalanamiz. Hajmiylik aksiomasini boshqacha ifodalash ham mumkin. A to‘plamning har bir elementi B to‘plamda ham mavjud va, aksincha, B to‘plamning har bir elementi A to‘plamda ham mavjud bo‘lsa, u holda A va B to‘plamlar tengdir. A va B to‘plamlaming tengligini A = B yoki B = A ko‘rinishda ifodalaymiz. Aslida, A — B bo‘lsa, u holda A va B to‘plamlar aynan bitta to‘plamning har xil belgilanishidir. Masalan, o‘nlik sanoq tizimidagi yozuvning oxirgi raqami 1, 3, 5, 7 yoki 9 raqamlaridan biri bo‘lgan natural sonlar to‘plamini A bilan, bimi qo‘shganda Albatta, bu aksiomalar (shu jumladan, tanlash aksiomasi qatnashgan Sermelo-Frenkel aksiomalari tizimining boshqa aksiomalari ham) bizga o‘z-o‘zidan oydin bo‘lgan tasdiqlarga o‘xshab tuyuladi, chunki bizning tafakkurimiz to‘plamlar majmuasini chekli deb tassavvur qilishga o‘rgangan. To‘plamlar majmuasi chekli bo‘lgan holda, masalan, tanlash aksiomasini tushunish qiyin emas. Tanlash aksiomasi cheksiz to‘plamlar uchun qo‘llansa, ba’zan, tortishuvlarga sabab bo‘luvchi juda qiziq tasdiqlar vujudga keladi. Bu fikmi tasdiqlash maqsadida Banax[12]-Tarskiy[13] paradoksi (shaming ikkilanishi) va Xausdorf[14] paradoksi mavjudligini ta’kidlaymiz.

Yuqorida keltirilgan aksiomalardan, jumladan, hajmiylik aksiomasidan, to‘plamlar bo‘yicha ko‘plab tasdiqlami isbotlashda foydalanamiz. Hajmiylik aksiomasini boshqacha ifodalash ham mumkin. A to‘plamning har bir elementi B to‘plamda ham mavjud va, aksincha, B to‘plamning har bir elementi A to‘plamda ham mavjud bo‘lsa, u holda A va B to‘plamlar tengdir. A va B to‘plamlaming tengligini A = B yoki B = A ko‘rinishda ifodalaymiz. Aslida, A — B bo‘lsa, u holda A va B to‘plamlar aynan bitta to‘plamning har xil belgilanishidir. Masalan, o‘nlik sanoq tizimidagi yozuvning oxirgi raqami 1, 3, 5, 7 yoki 9 raqamlaridan biri bo‘lgan natural sonlar to‘plamini A bilan, birni qo‘shganda ikkiga qoldiqsiz bo‘linadigan natural sonlar to‘plamini esa B bilan belgilasak, u holda A = B bo‘ladi. A = B yozuv to‘plamlardagi elementlaming qaysi tartibda joylashishiga bog‘liq emas. Albatta, to‘plamdagi elementlarni qaysi tartibda qo‘yish masalasi ham dolzarbdir.

A va B to‘plamlar teng bo‘lmasa, u holda bu holat A ≠ B yoki B ≠ A ko‘rinishda ifodalanadi.

To‘plamlar nazariyasida quvvat eng muhim tushunchalardan biri bo‘lib, u to‘plamlarni taqqoslashda katta ahamiyatga egadir. To‘plamning quvvati tushunchasi, uning chekli yoki cheksiz bo‘lishiga qarab ta’riflanadi. Quvvat tushunchasi to‘g‘risida batafsil ma’lumotni to‘plamlar nazariyasiga bag‘ishlangan manbalardan topish mumkin. Diskret matematikada, asosan, chekli to‘plamlar bilan ish ko‘riladi. Shu sababli, to‘plamning quvvati tushunchasini faqat chekli to‘plamlar uchun keltirish bilan chegaralanamiz.

2- ta’rif. Chekli to‘plamning elementlari soni shu to‘plamning quvvati deb ataladi.

Berilgan A to‘plamning quvvati |A| ko‘rinishda belgilanadi

Qandaydir a tasdiqning o‘rinli bo‘lishidan boshqa b tasdiqning o‘rinli bo‘lishi kelib chiqsa, bu holat a => b deb belgilanadi. Masalan, ($A \subset B$ va $B \subset$ A) => A = B .

3- t a ’ r i f . Agar a va b tasdiqlar uchun a => b va b => a bo‘Isa, u holda bu tasdiqlar o‘zaro **ekvivalent tasdiqlar** deb ataladi.

a va b tasdiqlaming o‘zaro ekvivalentligi a <=> b deb belgilanadi (III bobga qarang)

Xulosa:

To‘plamlardagi bu munosabatlar yuqorida keltirilgan ta‘rif va nazariyalardan kelib chiqadi. Bu nazariyalar G.Kantor va Bertrand Artur Uilliyam Russellning fikrlaridan kelib chiqib asos solingan. Bu munosabatlar nafaqat matematikada balki boshqa fanlarda ham keng qo‘llanadi. Informatikada ham to‘plamalar tushunchasi ayrim vaziyatlarda qo‘llaniladi. Masalan, sanoq tizimlar to‘plami, dasturlash tillar to‘plami va boshqalar. Boshqa sohalarda ko‘radigan bo‘lsak, har bir jism qandaydir jismlar to‘plamidan tashkil topgan. Bundan kelib chiqadiki, to‘plam hayotimizdagi muhim tushunchalardan biri. To‘plamlardagi munosabatlarni kengroq ko‘lamda va mukammalroq tushunish uchun uzoq izlanish olib borish zarur. Yuqorida yozilgan tezis bu ulkan bo‘lakda bir kichik parcha xolos.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. “МАТЕМАТИК МАНТИК, ВА ДИСКРЕТ МАТЕМАТИКА” Хртам Тураев © «Ук;итувчи» нашриёти, Т., 2003
2. Nurkayev Shuhrat Jurayevich Turin politexnika universiteti akademik litseyi oliy toifali matematika fani o‘qituvchisi. maqolasidan
3. Rassel (Bertrand A rthur W illiam Russell, 1872-1970) - m ashhur ingliz faylasufa, 1950-yilda adabiyot sohasidaN obel m ukofotiga sazovar bo'lgan.
4. Paradoks (grekcha яара8о^о<; so 'zi kutilm agan, tushunarsiz, g'ayrioddiy, taajjubli m a’nolarini beradi) - m antiqiy nuqtai nazardan formal ravishda to 'g 'ri fikrlab bir-biriga zid bo'lgan natijalarni hosil qilish.
5. A ksiom a - isbotsiz qabul qilinadigan tasdiq.
6. IV bobga qarang.
7. Serm elo (Ernst Friedrich Ferdinand Zermelo, 1871-1953) -olmo n matematigi.

8. Frenkel (A dolf A braham Halevi Fraenkel. VJ7J1B (ч'ятк) n’w a m a s , 1891-1965) - olmon va isroil matematigi.

9. Fon N eym an (John von N eym ann, 1903 (Budapesht) - 1957) - A Q Sh m atem atigi, iqtisodchisi.

10. s Berneys (Paul Isaak B em ays, 1888 (London) - 1977) - Shvevtsariva m atem atigi.

11. G yodel (K urt QSdel, 1906 (Brno) - 1978) - AQSh m atem atigi.

12. !Banax (Banach Stefan, Банах Стефан, 1892-1945) - Polsha va U kraina m atem atigi.

13. " Tarskiy (Tarski A lfred, 1902-1983) - Polsha va AQSh mantiqehisi va matematigi.

14. X ausdorf (Felix Hausdorff, 1868-1942) -o lm o n m atem atigi

15. Nurmamatovich TI. QAT’IYMAS MANTIQ XULOSA QOIDALARINI AMALGA OSHIRISH. worldly knowledge conferens. 2024 May 15;8(1):168-71.

16. Tojimamatov, I. N., & Ro’zimatov, J. I. (2024). KVANT KOMPYUTERLARI TURLARI VA ULARNING ISON HAYOTIDAGI AHAMYATI. *Current approaches and new research in modern sciences*, *3*(1), 23-27.

17. Tojimamatov, I. N., & qizi Xomidova, M. A. (2024). OPTIK NURTOLA VA OPTIK KABELLAR BILAN ISHLASH. OPTIK O’TKAZGICHLAR VA QABUL QILUVCHILAR: SVETO VA FOTODIODLAR, YARIM O’TKAZGICHLI LAZERLAR BILAN ISHLASH. *Analysis of world scientific views International Scientific Journal*, *2*(1), 21-29.

18. Nurmamatovich, T. I., & Nabiyev, A. (2024). KUCHAYTIRISH USULLARI VA FILTERLASH HISOBIDAN KUCHAYTIRISH. *" RUSSIAN" ИННОВАЦИОННЫЕ ПОДХОДЫ В СОВРЕМЕННОЙ НАУКЕ*, *17*(1).